

## 1.1

- a) Polynomissa  $-3x^5 + 4x^3 - 7x$  muuttujan korkein eksponentti on 5, joten polynomin asteluku on 5.
- b) Kolmannen asteen termi on  $4x^3 = 4 \cdot x^3$ . Kolmannen asteen termin kerroin on siis 4.
- c) Ensimmäisen asteen termi on  $-7x$ .
- d) Viidennen asteen termi on  $-3x^5 = -3 \cdot x^5$ . Viidennen asteen termin kerroin on siis -3.
- e) Polynomissa  $-3x^5 + 4x^3 - 7x$  ei ole näkyvissä vakiotermiä. Vakiotermi on siis 0.

### Vastaus

- a) 5  
b) 4  
c)  $-7x$   
d) -3  
e) 0

## 1.2

Neljannen asteen polynomi, jonka

neljannen asteen termin kerroin on  $-1$ ,

kolmannen asteen termin kerroin on  $0$ ,

toisen asteen termin kerroin on  $7$ ,

ensimmäisen asteen termi on  $-2x$

ja vakiotermi on  $9$ ,

on

$$-1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + (-2x) + 9 = -x^4 + 7x^2 - 2x + 9.$$

**Vastaus**

$$-x^4 + 7x^2 - 2x + 9$$

## 1.3

a)

$$(2x^2 - 3x + 8) + (4x^2 + 3x - 10)$$

$$= 2x^2 - 3x + 8 + 4x^2 + 3x - 10$$

$$= 6x^2 - 2$$

Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden edessä on plusmerkki, termien etumerkit säilyvät ennallaan.

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$2x^2 + 4x^2 = 6x^2, \quad -3x + 3x = 0 \quad \text{ja}$$

$$8 - 10 = -2$$

b)

$$(-8x^2 + 4x - 15) - (-10x^2 + 9x)$$

Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden edessä on miinusmerkki, termien etumerkit vaihtuvat.

$$= -8x^2 + 4x - 15 + 10x^2 - 9x$$

$$\text{Yhdistetään samanmuotoiset termit.}$$
$$-8x^2 + 10x^2 = 2x^2, \quad 4x - 9x = -5x$$

$$= 2x^2 - 5x - 15$$

**Vastaus**

a)  $6x^2 - 2$

b)  $2x^2 - 5x - 15$

## 1.4

a) Muodostetaan polynomien summa.

$$\begin{aligned}(5x^2 - 2x + 7) + (-5x^2 + 7x - 10) & \quad \text{Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden} \\ & \quad \text{edessä on plusmerkki, termien} \\ & \quad \text{etumerkit säilyvät ennallaan.} \\ = 5x^2 - 2x + 7 - 5x^2 + 7x - 10 & \quad \text{Yhdistetään samanmuotoiset termit.} \\ & \quad 5x^2 - 5x^2 = 0, \quad -2x + 7x = 5x \quad \text{ja} \\ & \quad 7 - 10 = -3 \\ = 5x - 3\end{aligned}$$

b) Muodostetaan polynomien erotus.

$$\begin{aligned}(5x^2 - 2x + 7) - (-5x^2 + 7x - 10) & \quad \text{Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden} \\ & \quad \text{edessä on miinusmerkki, termien} \\ & \quad \text{etumerkit vaihtuvat.} \\ = 5x^2 - 2x + 7 + 5x^2 - 7x + 10 & \quad \text{Yhdistetään samanmuotoiset termit.} \\ & \quad 5x^2 + 5x^2 = 10x^2, \quad -2x - 7x = -9x \\ & \quad \text{ja } 7 + 10 = 17 \\ = 10x^2 - 9x + 17\end{aligned}$$

**Vastaus**

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad (5x^2 - 2x + 7) + (-5x^2 + 7x - 10) \\ = 5x - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad (5x^2 - 2x + 7) - (-5x^2 + 7x - 10) \\ = 10x^2 - 9x + 17\end{aligned}$$

## 1.5

a)  $5x^2 \cdot (3x - 7)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 5x^2 \cdot 3x + 5x^2 \cdot (-7)$$

$$= 15x^3 - 35x^2$$

b)  $(3x + 5)(-5x + 2)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 3x \cdot (-5x) + 3x \cdot 2 + 5 \cdot (-5x) + 5 \cdot 2$$

$$= -15x^2 + 6x - 25x + 10$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= -15x^2 - 19x + 10$$

c)  $(2x - 4)^2$

$$= (2x - 4)(2x - 4)$$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-4) + (-4) \cdot 2x + (-4) \cdot (-4)$$

$$= 4x^2 - 8x - 8x + 16$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= 4x^2 - 16x + 16$$

### Vastaus

a)  $15x^3 - 35x^2$

b)  $-15x^2 - 19x + 10$

c)  $4x^2 - 16x + 16$

## 1.6

a)  $(x - 5)^2$

$$= (x - 5)(x - 5)$$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= x \cdot x + x \cdot (-5) + (-5) \cdot x + (-5) \cdot (-5)$$

$$= x^2 - 5x - 5x + 25$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= x^2 - 10x + 25$$

Sievennetty muoto on vaihtoehto 2.

b)  $(x - 5)(x + 5)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= x \cdot x + x \cdot 5 + (-5) \cdot (x) + (-5) \cdot 5$$

$$= x^2 + 5x - 5x - 25$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= x^2 - 25$$

Sievennetty muoto on vaihtoehto 4.

c)  $(x + 5)(x + 5)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= x \cdot x + x \cdot 5 + 5 \cdot (x) + 5 \cdot 5$$

$$= x^2 + 5x + 5x + 25$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= x^2 + 10x + 25$$

Sievennetty muoto on vaihtoehto 3.

**Vastaus**

a) 2

b) 4

c) 3

## 1.7

a)

$$(9x^4 - 6x^2 + 1)(2 + 12x^2 + 18x^4)$$

Lasketaan CAS-laskimella.  
Laskimen komento on esimerkiksi  
PoistaSulkeet tai expand.

$$= 162x^8 - 36x^4 + 2$$

Muuttujan  $x$  korkein eksponentti on 8, joten polynomin asteluku on 8.

b)

$$(4x^5 - x - 1)(2x^2 - 1)^2 - 4x^2(1 + x - x^2)$$

Lasketaan CAS-laskimella.

$$= 16x^9 - 16x^7 - x - 1$$

Muuttujan  $x$  korkein eksponentti on 9, joten polynomin asteluku on 9.

### Vastaus

a)  $162x^8 - 36x^4 + 2$ , asteluku 8

b)  $16x^9 - 16x^7 - x - 1$ , asteluku 9

## 1.8

Sievennetään lauseke CAS-laskimella.

$$(3x^3 + 2x)^2(9x^6 - 12x^4 + 4x^2) - (4x^2 - 9)^2$$
$$= 81x^{12} - 72x^8 + 72x^2 - 81$$

- a) Muuttujan  $x$  korkein eksponentti on 12, joten polynomin asteluku on 12.
- b) Toiseksi korkeimman asteen termi on  $-72x^8$ . Termin kerroin on  $-72$ .
- c) Ensimmäisen asteen termiä ei ole näkyvissä. Ensimmäisen asteen termin kerroin on siis 0.
- d) Vakiotermi on  $-81$ .

### Vastaus

$$81x^{12} - 72x^8 + 72x^2 - 81$$

- a) 12
- b)  $-72$
- c) 0
- d)  $-81$



## 1.9

**a)** Muodostetaan ja sievennetään lauseke.

$$\begin{aligned} & 3x + x \cdot (-2x + 1) \\ &= 3x + x \cdot (-2x) + x \cdot 1 \\ &= 3x - 2x^2 + x \\ &= 4x - 2x^2 \\ &= -2x^2 + 4x \end{aligned}$$

**b)** Muodostetaan ja sievennetään lauseke.

$$\begin{aligned} & 5 - 3 \cdot (2x - 1) \\ &= 5 - 3 \cdot 2x + (-3) \cdot (-1) \\ &= 5 - 6x + 3 \\ &= -6x + 8 \end{aligned}$$

### Vastaus

**a)**  $3x + x \cdot (-2x + 1) = -2x^2 + 4x$

**b)**  $5 - 3 \cdot (2x - 1) = -6x + 8$

## 1.10

- a) Alkuperäisen pinta-alan lauseke on  $x \cdot x = x^2$ .

Uusi sivun pituus senttimetreinä on  $x - 6$ .

Uuden pinta-alan lauseke on

$$(x - 6) \cdot (x - 6) \quad \text{Lasketaan CAS-laskimella.}$$
$$= x^2 - 12x + 36.$$

Pinta-alan muutos saadaan, kun alkuperäisestä pinta-alasta vähennetään uusi pinta-ala.

Pinta-alan muutoksen lauseke on

$$x^2 - (x^2 - 12x + 36) \quad \text{Lasketaan CAS-laskimella.}$$
$$= 12x - 36.$$

- b) Pinta-alan muutos saadaan selville sijoittamalla  $x = 185$  pinta-alan muutoksen lausekkeeseen  $12x - 36$ .

$$12 \cdot 185 - 36 = 2184 \text{ (cm}^2\text{)}$$

### Vastaus

- a) alkuperäinen pinta-ala  $x^2$ , uusi pinta-ala  $x^2 - 12x + 36$ ,  
muutos  $12x - 36$

- b)  $2184 \text{ cm}^2$

## 1.11

- a) Polynomissa  $8x^7 - x^4 + 4x^3 - 9$  muuttujan korkein eksponentti on 7, joten polynomin asteluku on 7.
- b) Neljännen asteen termi on  $-x^4 = -1 \cdot x^4$ . Neljännen asteen termin kerroin on siis  $-1$ .
- c) Kolmannen asteen termi on  $4x^3$ .
- d) Polynomissa  $8x^7 - x^4 + 4x^3 - 9$  ei ole näkyvissä ensimmäisen asteen termiä. Ensimmäisen asteen termin kerroin on siis 0.
- e) Vakiotermi on  $-9$ .

### Vastaus

- a) 7  
b)  $-1$   
c)  $4x^3$   
d) 0  
e)  $-9$

## 1.12

Viidennen asteen polynomi, jonka

korkeinta (eli viidettä) astetta olevan kerroin on  $1$ ,

neljännen asteen termin kerroin on  $5$ ,

toisen asteen termin kerroin on  $-1$ ,

ensimmäisen asteen termi on  $0$

ja vakiotermi on  $-2$ ,

on esimerkiksi

$$1 \cdot x^5 + 5 \cdot x^4 + (-1) \cdot x^2 + 0 + (-2) = x^5 + 5x^4 - x^2 - 2.$$

### Vastaus

$$x^5 + 5x^4 - x^2 - 2$$

## 1.13

a) Lasketaan polynomien summa.

$$(-x^3 + 3x^2 + 7x) + (x^3 - 4x^2 + 5)$$

$$= -x^3 + 3x^2 + 7x + x^3 - 4x^2 + 5$$

$$= -x^2 + 7x + 5$$

Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden edessä on plusmerkki, termien etumerkit säilyvät ennallaan.

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$-x^3 + x^3 = 0, \quad 3x^2 - 4x^2 = -x^2$$

b) Lasketaan polynomien erotus.

$$(-x^3 + 3x^2 + 7x) - (x^3 - 4x^2 + 5)$$

$$= -x^3 + 3x^2 + 7x - x^3 + 4x^2 - 5$$

$$= -2x^3 + 7x^2 + 7x - 5$$

Poistetaan sulkeet. Kun sulkeiden edessä on miinusmerkki, termien etumerkit vaihtuvat.

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$-x^3 - x^3 = -2x^3, \quad 3x^2 + 4x^2 = 7x^2$$

### Vastaus

a)  $(-x^3 + 3x^2 + 7x) + (x^3 - 4x^2 + 5)$

$$= -x^2 + 7x + 5$$

b)  $(-x^3 + 3x^2 + 7x) - (x^3 - 4x^2 + 5)$

$$= -2x^3 + 7x^2 + 7x - 5$$

## 1.14

a)  $-3x^2 \cdot (6 - 5x)$  Kerrotaan sulkeet auki.

$$= -3x^2 \cdot 6 + (-3x^2) \cdot (-5x)$$

$$= -18x^2 + 15x^3$$

$$= 15x^3 - 18x^2$$

b)  $(4x - 3)(5x - 2)$  Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 4x \cdot 5x + 4x \cdot (-2) + (-3) \cdot 5x + (-3) \cdot (-2)$$

$$= 20x^2 - 8x - 15x + 6$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= 20x^2 - 23x + 6$$

c)  $(6 - 3x)^2$  Kerrotaan sulkeet auki.

$$= (6 - 3x)(6 - 3x)$$

$$= 6 \cdot 6 + 6 \cdot (-3x) + (-3x) \cdot 6 + (-3x) \cdot (-3x)$$

$$= 36 - 18x - 18x + 9x^2$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= 36 - 36x + 9x^2$$

$$= 9x^2 - 36x + 36$$

### Vastaus

a)  $15x^3 - 18x^2$

b)  $20x^2 - 23x + 6$

c)  $9x^2 - 36x + 36$

## 1.15

a) Muodostetaan polynomien tulo.

$$\begin{aligned}(4x - 3) \cdot (3x - 2) & \quad \text{Kerrotaan sulkeet auki.} \\= 4x \cdot 3x + 4x \cdot (-2) + (-3) \cdot 3x + (-3) \cdot (-2) \\= 12x^2 - 8x - 9x + 6 & \quad \text{Yhdistetään samanmuotoiset termit.} \\= 12x^2 - 17x + 6\end{aligned}$$

b) Muodostetaan polynomien tulo.

$$\begin{aligned}(x^2 - 3)(x + 4) & \quad \text{Kerrotaan sulkeet auki.} \\= x^2 \cdot x + x^2 \cdot 4 + (-3) \cdot x + (-3) \cdot 4 \\= x^3 + 4x^2 - 3x - 12\end{aligned}$$

c) Muodostetaan polynomin neliö.

$$\begin{aligned}(5x - 4)^2 \\= (5x - 4)(5x - 4) & \quad \text{Kerrotaan sulkeet auki.} \\= 5x \cdot 5x + 5x \cdot (-4) + (-4) \cdot 5x + (-4) \cdot (-4) \\= 25x^2 - 20x - 20x + 16 & \quad \text{Yhdistetään samanmuotoiset termit.} \\= 25x^2 - 40x + 16\end{aligned}$$

### Vastaus

a)  $(4x - 3) \cdot (3x - 2) = 12x^2 - 17x + 6$

b)  $(x^2 - 3)(x + 4) = x^3 + 4x^2 - 3x - 12$

c)  $(5x - 4)^2 = 25x^2 - 40x + 16$

## 1.16

- a)  $(4x^3 - 6x^2 - 3)(5 + 3x^2 + 2x^3)$  [Lasketaan CAS-laskimella.](#)  
[Laskimen komento on esimerkiksi](#)  
[PoistaSulkeet tai expand.](#)

$$= 8x^6 - 18x^4 + 14x^3 - 39x^2 - 15$$

Muuttujan  $x$  korkein eksponentti on 6, joten polynomin asteluku on 6.

- b)  $2x^3 - 3x - 2(3x^2 + 1)^2 - 6(2 - 3x - 2x^2)$  [Lasketaan CAS-laskimella.](#)  
 $= -18x^4 + 2x^3 + 15x - 14$

Muuttujan  $x$  korkein eksponentti on 4, joten polynomin asteluku on 4.

### Vastaus

- a)  $8x^6 - 18x^4 + 14x^3 - 39x^2 - 15$ , asteluku 6  
b)  $-18x^4 + 2x^3 + 15x - 14$ , asteluku 4



## 1.17

- a) Muodostetaan ja sievennetään funktion  $f$  lauseke.

Luvun  $x$  neliö on  $x^2$ .

Lukua  $x$  ykkösen verran suurempi luku on  $x + 1$ , ja sen neliö on  $(x + 1)^2$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + (x + 1)^2 && \text{Lasketaan CAS-laskimella.} \\ &= 2x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

- b) Muodostetaan ja sievennetään funktion  $g$  lauseke.

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 - (x + 1)^2 && \text{Lasketaan CAS-laskimella.} \\ &= -2x - 1 \end{aligned}$$

- c) Muodostetaan ja sievennetään funktion  $h$  lauseke.

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) - g(x) \\ &= (2x^2 + 2x + 1) - (-2x - 1) && \text{Lasketaan CAS-laskimella.} \\ &= 2x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

### Vastaus

a)  $f(x) = x^2 + (x + 1)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

b)  $g(x) = x^2 - (x + 1)^2 = -2x - 1$

c)  $h(x) = (2x^2 + 2x + 1) - (-2x - 1) = 2x^2 + 4x + 1$

## 1.18

**a)** Muodostetaan funktion  $f$  lauseke.

Luvun  $x$  neliö on  $x^2$ .

$$f(x) = x - x^2$$

**b)**  $f(-0,5) = -0,5 - (-0,5)^2$

$$= -0,5 - 0,25$$

$$= -0,75$$

$$f(0,5) = 0,5 - 0,5^2$$

$$= 0,5 - 0,25$$

$$= 0,25$$

### Vastaus

**a)**  $f(x) = x - x^2$

**b)**  $f(-0,5) = -0,75$ ;  $f(0,5) = 0,25$

## 1.19

- a) Alkuperäisen pinta-alan lauseke on  $x^2$ .

Uusi sivun pituus senttimetreinä on  $x - 5$ .

Uuden pinta-alan lauseke on  $(x - 5)^2$

Pinta-alan muutos saadaan, kun alkuperäisestä pinta-alasta vähennetään uusi pinta-ala.

Muodostetaan ja sievennetään funktion  $m(x)$  lauseke.

$$\begin{aligned} m(x) &= x^2 - (x - 5)^2 && \text{Lasketaan CAS-laskimella.} \\ &= 10x - 25 \end{aligned}$$

- b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$m(x) = 50$$

$$10x - 25 = 50 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 7,5 \text{ (m)}$$

Sivujen alkuperäinen pituus oli 7,5 m.

### Vastaus

a)  $m(x) = x^2 - (x - 5)^2 = 10x - 25$

b) 7,5 m

## 1.20

a) Teräsputkea on hankittu

$$\underbrace{2 \cdot (x + x + x)}_{\text{päädyt}} + \underbrace{2 \cdot (12 - 3x)}_{\text{katon pitkät sivut}} = 24 \text{ (m)}.$$

b) Vajan pituus metreinä on  $12 - 3x$ .

Jos vajan korkeus  $x = 2$ , vajan pituus on

$$12 - 3 \cdot 2 = 6 \text{ (m)}.$$

Jos vajan korkeus  $x = 2,5$ , vajan pituus on

$$12 - 3 \cdot (2,5) = 4,5 \text{ (m)}.$$

c) Muodostetaan ja sievennetään funktion  $A(x)$  lauseke.

$$\begin{aligned} A(x) &= \underbrace{2 \cdot x^2}_{\text{päädyt}} + \underbrace{3 \cdot x \cdot (12 - 3x)}_{\text{kaksi muuta seinää ja katto}} \\ &= -7x^2 + 36x \end{aligned}$$

d) Muodostetaan ja sievennetään funktion  $V(x)$  lauseke.

$$V(x) = x \cdot x \cdot (12 - 3x) = -3x^3 + 12x^2$$

### Vastaus

a) 24 m

b) 6 m ja 4,5 m

c)  $A(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot (12 - 3x) = -7x^2 + 36x$

d)  $V(x) = x \cdot x \cdot (12 - 3x) = -3x^3 + 12x^2$